مفتاح الإجابة – للمعلم

البرهان باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي

1. ما اسم الخطوة الأولى في مبدأ الاستقراء الرياضي؟
الإجابة: خطوة الأساس

2. يمكن الاكتفاء بخطوة الأساس فقط لإثبات صحة عبارة لكل n
الإجابة: خطأ

3. في خطوة الاستقراء نفرض صحة العبارة عند n=k ونسمي هذا الفرض ____
الإجابة: فرضية الاستقراء

4. عند إثبات 1+2+...+n = n(n+1)/2، ماذا نتحقق في خطوة الأساس؟
الإجابة: صحة الصيغة عند n=1

5. اذكر الخطوتين الأساسيتين لمبدأ الاستقراء الرياضي
الإجابة: خطوة الأساس: إثبات صحة العبارة عند n=1، وخطوة الاستقراء: إثبات أن صحة P(k) تستلزم صحة P(k+1)

6. يستعمل الاستقراء الرياضي لإثبات قابلية القسمة على عدد معين لكل n
الإجابة: صح

7. في خطوة الاستقراء نضيف الحد ____ إلى طرفي الفرضية لإثبات صحة الحالة n=k+1
الإجابة: (k+1)

8. أي العبارات التالية تمثل خطأً منطقيًا شائعًا في برهان الاستقراء؟
الإجابة: افتراض صحة P(k) دون استعمالها

9. أثبت بخطوة الأساس فقط أن n > n^2 صحيحة عند n=1
الإجابة: عند n=1: 2^1=2 و n=1، وبما أن 1<2 فالعبارة صحيحة عند n=1

10. لماذا لا تكفي تجربة عدة قيم لـ n لإثبات صحة عبارة لكل عدد صحيح موجب؟
الإجابة: لأن التحقق من عدد محدود من القيم لا يضمن صحة العبارة عند القيم الأخرى غير المختبرة وخاصة الكبيرة منها، فنحتاج برهانًا عامًا يغطي كل الحالات